Csillagászati észlelés gyakorlatok II.

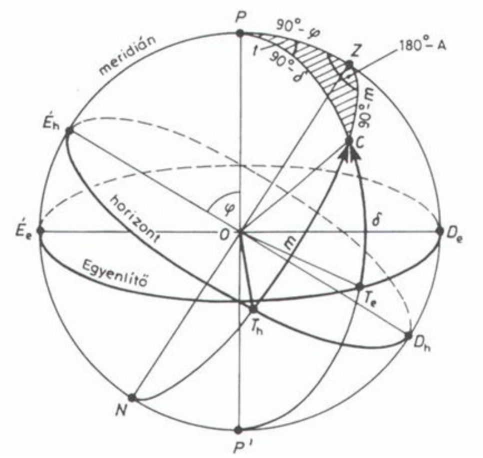
Hajdu Tamás & Perger Krisztina

3. gyakorlat

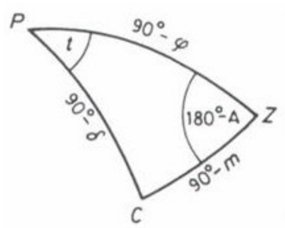
2017. március 8. és 9.

1. Átváltás koordinátarendszerek között

A horizontális és első egyenlítői koordinátarendszerek között az átváltást a gömbháromszögekre felírható trigonometrikus tételek és azonosságok alapján adhatjuk meg.



A horizontális és első egyenlítői koordinátarendszer.



A csillagászati gömbháromszög.

A képek forrása: *http://www.tankonyvtar.hu*

1.1. Első egyenlítőiből horizontálisba

A csillagászati gömbháromszögre felírjuk az oldalakra vonatkozó koszinusztételt:

$$\cos(90^\circ - m) = \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos t$$

Felhasználva a szögfüggvény-azonosságokat megkapjuk az első átváltási egyenletet:

$$\boxed{(1)\ \ \sin m = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t}$$

A második egyenletet a szinusztétel felírásával kaphatjuk meg:

$$\frac{\sin(90^\circ - m)}{\sin t} = \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)}$$

Átrendezve és felhasználva a trigonometrikus azonosságokat:

$$\boxed{(2)\ \ \cos m \cdot \sin A = \cos\delta \cdot \sin t}$$

A harmadik egyenlethez a gömbháromszögek szinusz-koszinusz tételének alkalmazásával (four-parts formula) jutunk:

$$\sin(90^\circ - m) \cdot \cos(180^\circ - A) = \cos(90^\circ - \delta) \cdot \sin(90^\circ - \varphi) - \sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos t$$

Felhasználva az azonosságokat:

$$\boxed{(3)\ \ \cos m \cdot \cos A = -\sin\delta \cdot \cos\varphi + \cos\delta \cdot \sin\varphi \cdot \cos t}$$

1.2. Horizontálisból első egyenlítőibe

A csillagászati gömbháromszögre felírjuk az oldalakra vonatkozó koszinusztételt:

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(90^\circ - m) + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin(90^\circ - m) \cdot \cos(180^\circ - A)$$

Felhasználva a szögfüggvény-azonosságokat megkapjuk az első átváltási egyenletet:

$$\boxed{(1)\ \ \sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin m - \cos\varphi \cdot \cos m \cdot \cos A}$$

A második egyenletet a szinusztétel felírásával kaphatjuk meg:

$$\frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)} = \frac{\sin(90^\circ - m)}{\sin t}$$

Átrendezve és felhasználva a trigonometrikus azonosságokat:

$$\boxed{(2)\ \ \cos\delta \cdot \sin t = \cos m \cdot \sin A}$$

A harmadik egyenlethez a gömbháromszögek szinusz-koszinusz tételének alkalmazásával (four-parts formula) jutunk:

$$\sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos t = \cos(90^\circ - m) \cdot \sin(90^\circ - \varphi) - \sin(90^\circ - m) \cdot \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(180^\circ - A)$$

Felhasználva az azonosságokat:

$$\boxed{(3)\ \ \cos\delta \cdot \cos t = \sin m \cdot \cos\varphi + \cos m \cdot \sin\varphi \cdot \cos A}$$

1.3. Első egyenlítőiből második egyenlítőibe

Az első és második ekvatoriális koordinátarendszerek között a csillagidő teremt kapcsolatot:

$$S = t + \alpha$$

2. Feladatok

1. Feladat

Adjuk meg a csillag első egyenlítői koordinátáit, ha a megfigyelés pillanatában, Budapesten a horizontális koordinátái $m = 80°32'$ és $A = 13°05'$! ($\varphi_{\mathrm{BP}} = 47{,}5°$)

$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin m - \cos\varphi \cdot \cos m \cdot \cos A$

$\sin\delta = 0{,}619004$

$\delta = 38{,}24345°$ vagy $\delta = 141{,}7561°$

Mivel $\delta \in [-90°, +90°] \quad \longrightarrow \quad \boxed{\delta = 38°14'36''}$

$\cos\delta \cdot \sin t = \cos m \cdot \sin A$

$\sin t = 0{,}047405$

$t = 2{,}717°$ vagy $t = 177{,}282°$

$\cos\delta \cdot \cos t = \sin m \cdot \cos\varphi + \cos m \cdot \sin\varphi \cdot \cos A$

$\cos t = 0{,}998876$

$t = 2{,}717°$ vagy $t = 357{,}283°$

A (2) és (3) egyenletek alapján az óraszög 2,717° $\quad \longrightarrow \quad \boxed{t = 0^{\mathrm{h}}10^{\mathrm{m}}52^{\mathrm{s}}}$

2. Feladat

A Vega csillag koordinátái $\alpha = 18^{\mathrm{h}}36^{\mathrm{m}}56^{\mathrm{s}}$ és $\delta = 38°47'01''$. A csillagot Budapestről észleljük 2017. március 8-án, 18 óra 20 perckor. Ekkor a budapesti csillagidő $S_{\mathrm{BP}}^{18^{\mathrm{h}}20^{\mathrm{m}}} = 19^{\mathrm{h}}42^{\mathrm{m}}24^{\mathrm{s}}$. Határozzuk meg a csillag horizontális koordinátáit!

$S = \alpha + t$

$t = 1^{\mathrm{h}}5^{\mathrm{m}}28^{\mathrm{s}} \quad \longrightarrow \quad t = 16°22' = 16{,}3666°$

$\sin m = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$

$\sin m = 0{,}96711$

$m = 75{,}26454 \quad \longrightarrow \quad \boxed{m = 75°15'52''}$

$\cos m \cdot \sin A = \cos\delta \cdot \sin t$

$\sin A = 0{,}863602$

$A = 59{,}727345°$ vagy $A = 120{,}27655°$

$\cos m \cdot \cos A = -\sin\delta \cdot \cos\varphi + \cos\delta \cdot \sin\varphi \cdot \cos t$

$\cos A = 0{,}504174$

$A = 59{,}72344°$ vagy $A = 300{,}27656°$

A (2) és (3) egyenletek alapján az azimut 59,72344° $\quad \longrightarrow \quad \boxed{A = 59°43'24''}$

3. Feladat

Adjuk meg a egy csillag horizontális koordinátáit Budapesten, ha első egyenlítői koordinátái $t = 1^{\mathrm{h}}30^{\mathrm{s}}$ és $\delta = 60°19'$!

Megoldás: $m = 71°44'$ és $A = 142°48'44''$

4. Feladat

Adjuk meg annak a csillagnak az első egyenlítői koordinátáit, melyet Budapesten $m = 25°23'35''$ és $A = 149°24'14''$ horizontális koordinátákon észleltek!

Megoldás: $\delta = 57°18'1''$ és $t = 8^{\mathrm{h}}6^{\mathrm{m}}39^{\mathrm{s}}$

3. Házi feladatok

1. Feladat

Adjuk meg a $\delta = 45°16'49''$ és $t = 1^{\mathrm{h}}20^{\mathrm{m}}37^{\mathrm{s}}$ első ekvatoriális koordinátákkal rendelkező csillag horizontális koordinátáit budapesti észlelésre!

2. Feladat

Adjuk meg a Budapesten $m = 45°33'49''$ és $A = 78°46'11{,}7''$ horizontális koordinátákon észlelt csillag első egyenlítői koordinátáit!

A házi feladatok beadási határideje:
a szerdai csoportnak március 22., a csütörtöki csoportnak március 23.